TD Thermo3-4 : BILANS D'ENERGIE.

1 : *Compression monotherme d'un gaz parfait. (**)*

De l'air, assimilé à un gaz parfait à la température T_0, est contenu dans un cylindre, aux parois diathermanes (= diathermes), fermé par un piston également diathermane, de section S et de masse M_0. L'ensemble est placé dans l'air à la pression P_0. À l'équilibre, le piston se trouve à la distance h_1 du fond du récipient.
L'air du cylindre subit une transformation monotherme car il n'échange de la chaleur qu'avec l'atmosphère extérieure dont la température T_0 est supposée constante.
Données : $P_0 = 10^5\,\text{Pa}$; $g = 10\,\text{m.s}^{-2}$; $S = 0{,}1\,\text{m}^2$; $M_0 = 100\,\text{kg}$; $h_1 = 1\,\text{m}$; $T_0 = 300\,\text{K}$; $\gamma = 1{,}4$.

1. On pose sur le piston une masse M_0. Le piston descend brutalement, oscille, et du fait de phénomènes dissipatifs finit par s'immobiliser à une distance h_2, du fond du récipient.
   - Déterminer l'état final (P_2, T_2, h_2) de l'air enfermé dans le récipient.
   - Calculer le travail W échangé entre l'air contenu dans le cylindre et le milieu extérieur.
2. Repartant de l'état initial, on pose successivement sur le piston des masses m $(m \ll M_0)$ en attendant à chaque fois que la température de l'air intérieur se stabilise (à la valeur T_0) et que le piston s'immobilise ; on répète l'opération jusqu'à ce que la charge totale soit égale à M_0.
   - Déterminer l'état final (P_2', T_2', h_2') de l'air enfermé dans le récipient.
   - Calculer le travail W' échangé entre l'air contenu dans le cylindre et le milieu extérieur.

2 : *Compression adiabatique d'un gaz parfait. (**)*

De l'air, assimilé à un gaz parfait à la température T_0, est contenu dans un cylindre, aux parois adiabatiques, fermé par un piston également adiabatique, de section S et de masse M_0. L'ensemble est placé dans l'air à la pression P_0. À l'équilibre, le piston se trouve à la distance h_1 du fond du récipient.
Données : $P_0 = 10^5\,\text{Pa}$; $g = 10\,\text{m.s}^{-2}$; $S = 0{,}1\,\text{m}^2$; $M_0 = 100\,\text{kg}$; $h_1 = 1\,\text{m}$; $T_0 = 300\,\text{K}$; $\gamma = 1{,}4$.

1. On pose sur le piston une masse M_0. Le piston descend brutalement, oscille, et du fait de phénomènes dissipatifs finit par s'immobiliser à une distance h_2, du fond du récipient.
   - Déterminer l'état final (P_2, T_2, h_2) de l'air enfermé dans le récipient.
   - Calculer le travail W échangé entre l'air contenu dans le cylindre et le milieu extérieur.
2. Repartant de l'état initial, on pose successivement sur le piston des masses m $(m \ll M_0)$ en attendant à chaque fois que la température de l'air intérieur se stabilise (à la valeur T_0) et que le piston s'immobilise ; on répète l'opération jusqu'à ce que la charge totale soit égale à M_0.
   - Déterminer l'état final (P_2', T_2', h_2') de l'air enfermé dans le récipient.
   - Calculer le travail W' échangé entre l'air contenu dans le cylindre et le milieu extérieur.

3 : *Transformation cyclique d'un gaz parfait. (*)*

Une mole de gaz parfait diatomique subit la transformation cyclique constituée des étapes suivantes :
- A partir des conditions normales $(P_0 = 1\,\text{bar}, t_0 = 0\,°\text{C})$, un échauffement isobare fait tripler son volume, sa température atteint alors t_1 ;
- Une compression isotherme quasi-statique lui fait retrouver son volume initial, sa pression est alors P_1 ;
- Un refroidissement isochore le ramène à l'état initial.

1. Représenter, dans le diagramme de Watt, le cycle de transformations.
2. Calculer pour chaque étape le travail et le transfert thermique reçus par le gaz.
3. Calculer le travail et le transfert thermique reçus par le gaz sur le cycle complet. Commenter.

4 : *Cycle de Lenoir. (*)*

Un des premiers moteurs deux temps à combustion interne fonctionne de la manière suivante :
- L'air et le carburant sont admis dans le cylindre ; à la fin de la phase d'admission, l'air se trouve dans l'état $A(P_1, V_1, T_1)$;
- La combustion du carburant (phase d'explosion) provoque une augmentation brutale de la pression à volume constant et fournit aux gaz un transfert thermique Q_1 ; à la fin de la phase, les gaz résiduels sont dans l'état $B(P_2, V_1, T_2)$;
- Ils se détendent ensuite de manière adiabatique quasi-statique jusqu'à l'état $C(P_1, V_2, T_3)$;
- Les gaz s'échappent du cylindre à la pression constante P_1 et un nouveau cycle recommence.

En négligeant la quantité de matière de carburant liquide, on assimilera l'air et les gaz brûlés à des gaz parfaits dont le coefficient $\gamma = 1{,}4$.

1. Représenter, dans le diagramme de Watt, le cycle de transformations $ABCA$ des gaz dans le cylindre.
2. Calculer le travail W reçu par une mole de gaz au cours d'un cycle en fonction de R, γ et des températures T_1, T_2 et T_3.
3. Calculer le rendement $r = \dfrac{-W_{cycle}}{Q_1}$ de ce moteur, d'abord en fonction γ et des températures T_1, T_2 et T_3 puis en fonction de γ et du rapport des volumes $a = \dfrac{V_2}{V_1}$.
4. Calculer r pour $a = 4$.

5 : *Etude d'un compresseur à deux étages. (**)*

Au cours des diverses transformations, on suppose que l'air décrit une suite continue d'états d'équilibre thermodynamiques internes.

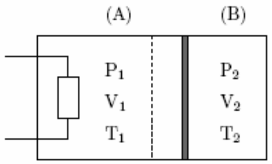
1. Un compresseur amène une mole de gaz parfait de l'état initial (P_1, T_1) à l'état (P_2, T_2) par une compression adiabatique. Le gaz est ensuite refroidi de manière isobare de la température T_2 à la température T_1.
   a. Déterminer T_2. Pour la suite, on prendra $T_2 = aT_1$.
   b. Représenter, dans le diagramme de Watt, la suite de transformations de l'air.
   c. Etablir l'expression du travail total W_T reçu par une mole de gaz en fonction de R, γ, T_1 et a.

2. La compression précédente est maintenant réalisée en deux étages. Dans le premier étage, on comprime de manière adiabatique le gaz de la pression P_1 à la pression $P_1' = bP_1$, avec b constante positive comprise entre 1 et $\dfrac{P_2}{P_1}$. A la sortie du premier étage, le gaz est refroidi de manière isobare jusqu'à la température T_1, puis introduit et comprimé de manière adiabatique de la pression P_1' à la pression P_2. Le gaz est enfin ramené à la température initiale T_1 par un refroidissement isobare.
   a. Représenter, dans le diagramme de Watt, la suite de transformations de l'air.
   b. Comparer graphiquement le travail W_T' à celui W_T obtenu lors de la compression monoétagée.
   c. Etablir l'expression du travail total W_T' reçu par une mole de gaz en fonction de R, γ, T_1, b et a.
   d. Quelle valeur faut-il donner à b pour que W_T' soit minimal ? Quelle est la valeur W_m' correspondante de W_T'.
   e. Calculer le rapport $r = \dfrac{W_m'}{W_T}$.

Données : $P_1 = 10^5\,\text{Pa}$; $P_2 = 2.10^5\,\text{Pa}$; $T_1 = 300\,\text{K}$; $\gamma = 1{,}4$.

6 : *Chauffage par une résistance électrique. (**)*

Un cylindre horizontal indilatable est séparé en deux compartiments A et B par un piston d'épaisseur négligeable devant la longueur du cylindre et mobile sans frottement. Les parois du cylindre et le piston sont calorifugés. Dans l'état initial, les deux compartiments contiennent une même quantité d'air, assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$, dans les mêmes conditions de température $T_0 = 293\text{K}$ et de pression $P_0 = 1\text{bar}$, et occupant le même volume $V_0 = 1\text{L}$. Une résistance électrique traversant le compartiment A permet de chauffer lentement le gaz le contenant jusqu'à ce que sa pression soit $P_1 = 3\text{bar}$.



1. Déterminer l'état d'équilibre final : (P_2, V_2, T_2) pour le compartiment B et (P_1, V_1, T_1) pour le compartiment A.
2. Déterminer le transfert thermique Q_1 reçu par le gaz du compartiment A.

7 : *Détente dans le vide. (**)*

Un récipient parfaitement calorifugé et aux parois indéformables est divisé en deux compartiments A et B, de même volume V_0. Les deux compartiments communiquent par un petit tube muni d'un robinet. A contient un gaz parfait à $T_0 = 293\text{K}$ et B est vide. On ouvre le robinet et le gaz s'écoule ; on referme le robinet juste à l'équilibre des pressions. On mesure $T_A = 240\text{K}$.

1. Faire un bilan d'énergie interne sur l'ensemble du récipient. En déduire une relation entre T_A, T_B, n_A, n_B et T_0.
2. Traduire l'équilibre des pressions dans les compartiments A et B. En une relation entre T_A, n_A, n_B et T_B.
3. Exprimer puis calculer T_B.

8 : *Calorimétrie. (*)*

Un calorimètre en laiton pesant 100g contient 200g d'eau et un bloc d'aluminium pesant 140g. La température initiale est $15°\text{C}$. Une spirale de chauffage de résistance $R = 4\Omega$, et de capacité calorifique négligeable, est immergée dans l'eau. On fait passer un courant de 3A pendant $2\,\text{min}$ et on constate que la température du calorimètre devient $19,3°\text{C}$. Quelle est la chaleur massique de l'aluminium ?

Données : $c_e = 4,18\text{J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$; $c_{laiton} = c_l = 0,418\text{J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$.

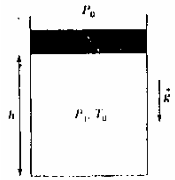
9 : *Chauffage d'un établissement. (**)*

On étudie le chauffage d'un établissement pendant une journée d'hiver. On appelle T_{ext} la température de l'air à l'extérieur de l'établissement. On suppose de plus qu'à tout moment, la température T à l'intérieur de l'établissement est uniforme. On appelle C la capacité thermique de l'ensemble de l'établissement, $C = 7,6.10^7\,\text{J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$. Lorsqu'il reçoit le transfert thermique δQ, l'établissement voit sa température varier de dT suivant la relation $\delta Q = CdT$.

On suppose que le transfert thermique vers l'extérieur dû aux déperditions à travers les murs et le toit, pendant la durée élémentaire dt, est égale à $\delta Q_P = aC(T - T_{ext})dt$, $a = 7,9.10^{-5}\text{s}^{-1}$ étant une constante.

1. On arrête le chauffage de l'établissement à l'instant $t = 0$, la température intérieure étant $T_1 = 293\text{K}$.
   a. En faisant un bilan thermique, établir l'équation différentielle vérifiée par T en fonction du temps.
   b. Déterminer la température T de l'école à un instant t quelconque.
   c. Calculer T à l'instant $t_1 = 3\text{h}$.
2. On suppose maintenant qu'à l'instant $t = 0$, la température de l'établissement est $T_2 = 280\text{K}$ et que le chauffage de l'établissement est mis en fonctionnement ; les radiateurs dégagent une puissance thermique $P = 200\text{kW}$ constante dans le temps.
   a. Etablir l'équation différentielle vérifiée par T en fonction du temps.
   b. Déterminer la température T de l'école à un instant t quelconque.
   c. Calculer l'instant t_2 pour lequel la température de l'école est égale à $T_1 = 293\text{K}$.

10 : *Oscillations d'un piston dans un cylindre. (***)*



Un piston de masse M M peut coulisser sans frottement dans un cylindre de section S placé dans l'air à la pression P_0. Les parois du récipient et le piston sont adiabatiques.

Le cylindre contient de l'air assimilable à un gaz parfait, à la température T_0 ; à l'équilibre, le piston se trouve à une hauteur h du fond du récipient.

1. Calculer, à l'équilibre, la pression P_1 de l'air à l'intérieur du réservoir.
2. On pose sur le piston une masse $m \ll M$. Déterminer le mouvement du piston. Le piston s'arrêtera-t-il ? (on introduira le coefficient γ rapport des capacités thermiques à pression et volume constants).

Réponses et éléments de réponses :

1 : $P_2 = P_2' = 1,2.10^5\,\text{Pa}$; $T_2 = T_2' = 300\text{K}$; $h_2 = h_2' = 0,917\text{m}$; $W = 1000\text{J}$; $W' = 957\text{J}$.

2 : $P_2 = P_2' = 1,2.10^5\,\text{Pa}$; $h_2 = 0,9405\text{m}$; $T_2 = 307,8\text{K}$; $h_2' = 0,9397\text{m}$; $T_2' = 307,6\text{K}$; $W = 714\text{J}$; $W' = 692\text{J}$.

3 : 2. $W_1 = -2RT_0$; $Q_1 = \dfrac{2\gamma RT_0}{\gamma - 1}$; $W_2 = 3RT_0 \ln 3$; $Q_2 = -3RT_0 \ln 3$; $W_3 = 0$; $Q_3 = \dfrac{-2RT_0}{\gamma - 1}$.

3. $W_{cycle} = RT_0(3\ln 3 - 2)$; $Q_{cycle} = RT_0(2 - 3\ln 3)$. $W_{cycle} + Q_{cycle} = 0 = \Delta U_{cycle}$.

4 : 2. $W_{cycle} = R\left[\dfrac{T_3 - T_2}{\gamma - 1} + T_3 - T_1\right]$. 3. $r = 1 - \gamma\dfrac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1} = 1 - \gamma\dfrac{a - 1}{a^\gamma - 1}$. 4. $r = 0,30$

5 : 1. $a = \left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1,219$; $W_\text{T} = \dfrac{RT_1\gamma}{\gamma - 1}(a - 1) = 1910\text{ J}$. 2. $W_\text{T}' = \dfrac{RT_1\gamma}{\gamma - 1}\left(b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}a + b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 2\right)$; $W_\text{T}' < W_\text{T}$;

$b_m = a^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} = \sqrt{\dfrac{P_2}{P_1}} = 1,414$; $W_\text{m}' = 1820J$; $r = \dfrac{2}{\sqrt{a} - 1} = 0,951$.

6 : 1. $P_2 = P_1 = 3.10^5\,\text{Pa}$; $V_2 = 0,456\text{L}$; $T_2 = 401\text{K}$; $V_1 = 1,54\text{L}$; $T_1 = 1360\text{K}$. 2. $Q_1 = 401\text{J}$.

7 : 1. $n_A T_A + n_B T_B = (n_A + n_B)T_0$. 2. $n_A T_A = n_B T_B$. 3. $T_B = \dfrac{T_A T_0}{2T_A - T_0}$: $T_B = 376\text{K}$.

8 : $c_\text{a} = \dfrac{1}{m_\text{a}}\left(\dfrac{Ri^2\Delta t}{T_\text{f} - T_\text{i}} - m_\text{l}c_\text{l} - m_\text{e}c_\text{e}\right) = 0,906\text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

9 : 1.a. $\dfrac{\text{d}T}{\text{d}t} + aT = aT_\text{ext}$. b. $T = T_\text{ext} + (T_1 - T_\text{ext})\text{e}^{-at}$. c. $T(t_1) = 279\text{ K}$. 2.a. $\dfrac{\text{d}T}{\text{d}t} + aT = aT_\text{ext} + \dfrac{P}{c}$.

b. $T = \left(T_\text{ext} + \dfrac{P}{ac}\right) + \left(T_2 - T_\text{ext} - \dfrac{P}{ac}\right)\text{e}^{-at}$. c. $t_2 = \dfrac{1}{a}\ln\left[\dfrac{ac(T_2 - T_\text{ext}) - P}{ac(T_1 - T_\text{ext}) - P}\right] = 3,31\text{ h}$.

10 : 1. $P_1 = P_0 + \dfrac{M_0 g}{S}$. 2. $\ddot{z} + \dfrac{\gamma P_1 S}{h(M + m)}z = -\dfrac{mg}{M + m}$.