TD Thermo1 : DU GPM AUX FLUIDES REELS ET PHASES CONDENSEES

Applications directes du cours

1. Du néon $\left(M\left(Ne\right)=20\text{g.mol}^{-1}\right)$ occupe un volume V sous une pression P à température uniforme $T=273\text{K}$.
   1. Quelle est la pression du gaz si la densité moléculaire (= densité particulaire) est de $1,34.10^{20}\,\text{m}^{-3}$?
   2. Quelle est la vitesse quadratique moyenne u (dont on rappellera la définition) des molécules de néon ?
   3. Quelle est l'énergie interne moléculaire puis molaire de ce gaz ?

2. Fuite de l'atmosphère.
   1. Calculer numériquement pour une température de 300K, la vitesse quadratique moyenne du dihydrogène et du diazote.
   2. On donne les vitesses de libération d'un corps au voisinage de la Terre, $v_{l,T}=1,1.10^4\,\text{m.s}^{-1}$, et au voisinage de la Lune, $v_{l,L}=2,3.10^3\,\text{m.s}^{-1}$. Comparer aux vitesses précédemment calculées et commenter.
   3. Quelle devrait être l'ordre de grandeur de la température pour que le diazote, constituant majoritaire de l'atmosphère terrestre, échappe quantitativement à l'attraction terrestre ? Commenter.
   4. Question subsidiaire : Déterminer les vitesses de libération données en 2..

<u>*Données :*</u> $G=6,67.10^{-11}$ S.I. ; $R_T=6,4.10^6\,\text{m}$; $R_L=1,8.10^6\,\text{m}$; $M_T=6,0.10^{24}\,\text{kg}$; $M_L=7,4.10^{22}\,\text{kg}$; $M\left(N\right)=14\text{g.mol}^{-1}$

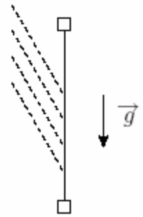
3. On note v le volume massique en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$ d'un gaz parfait de masse molaire M.
   1. Montrer que l'équation d'état de ce gaz peut s'écrire $Pv=rT$. Préciser l'expression de r et son unité.
   2. On donne : $M(O)=16\text{g.mol}^{-1}$; $R=8,31\text{S.I.}$ (unités à déterminer). Calculer la valeur de r pour le dioxygène.
   3. En déduire le volume massique du dioxygène à 300 K et 1 bar.

4. Gonflage d'un pneu. Dans cet exercice, l'air est assimilé à un gaz parfait.
   a. Un pneu sans chambre, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $\theta_1=20°\text{C}$, sous la pression $P_1=2,1\text{bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2=2,3\text{bar}$. Quelle est alors sa température ?
   b. Une bouteille d'acier, munie d'un détendeur, contient dans un volume $V_1=60\text{L}$, de l'air comprimé sous $P_1=15\text{bar}$. En ouvrant le détendeur à la pression atmosphérique, quel volume d'air peut-on extraire à température constante ?
   c. Un pneu de volume $V_P=50\text{L}$ est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans une bouteille de volume $V_0=80\text{L}$ sous $P_0=15\text{bar}$. Les opérations se passent à température constante.
      i. Si la pression initiale dans le pneu est nulle et la pression finale $P_P=2,6\text{bar}$, déterminer la pression P_1 dans la bouteille à la fin du gonflage d'un pneu.
      ii. Combien de pneus peut-on gonfler avec cette bouteille ?

5. Coefficients thermoélastiques :
   a. L'équation d'état d'un fluide peut s'écrire : $V=V_0 e^{a(T-T_0)-k(P-P_0)}$
      i. Calculer le coefficient de dilatation isobare α de ce fluide.
      ii. Que représente le coefficient k ?
   b. L'eau liquide à $t_0=20°\text{C}$, sous $P_0=1\text{bar}$, a un coefficient de compressibilité isotherme de $4,4.10^{-10}\,\text{Pa}^{-1}$. On suppose que ce coefficient est constant dans le domaine de pression envisagé.
      i. Comparer cette valeur à celle du coefficient de compressibilité isotherme de l'air assimilé à un gaz parfait dans les mêmes conditions.
      ii. Calculer la variation de pression ΔP nécessaire pour créer dans chaque cas, à la température constante de $t_0=20°\text{C}$, une variation relative de volume de 1% ? Conclure.
      iii. Utiliser la définition de χ_T pour établir l'expression générale de V en fonction de P,P_0,V_0 sous t_0
   c. On donne $\chi_{T,Hg}=38.10^{-12}\,\text{Pa}^{-1}$. On compresse $V_0=1\text{L}$ de mercure liquide de 1bar à 1000bar de manière isotherme. Calculer la variation de volume obtenue puis la variation relative correspondante. Commenter.
   d. Un morceau de métal est pris à $t_0=20°\text{C}$ sous une pression de $P_0=1\text{bar}$. Déterminer la pression qu'il faut exercer sur ce morceau de métal pour que sa température passe à $30°\text{C}$, son volume étant resté constant.
   On donne : $\alpha=5.10^{-5}\,\text{K}^{-1}$ et $\chi_T=7.10^{-12}\,\text{Pa}^{-1}$.

Exercices

6 : *<u>Pression exercée par la pluie sur une vitre. (**)</u>*



Des gouttes de pluie, de masse $m=0,1\text{g}$ et de vitesse $v=2\text{m.s}^{-1}$, frappent la surface d'une vitre verticale de surface $S=2\text{m}^2$, en formant un angle $\alpha=30°$ par rapport à la verticale en arrivant sur la vitre. La densité de gouttes est de $n^*=800\text{gouttes.m}^{-3}$. On suppose que lors de leur choc sur la vitre, les gouttes rebondissent de manière parfaite.
1. Combien de gouttes δN frappent la vitre pendant la durée $\delta t=1\text{s}$?
2. Exprimer la variation de la quantité de mouvement δp de ces δN gouttes au cours de leur rebond.
3. Déterminer la force $\delta\vec{F}$ exercée sur la vitre pendant δt.
4. En déduire la pression P exercée par ces gouttes sur la vitre. La calculer.

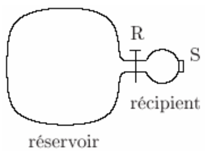
7 : *<u>Température et énergie cinétique d'un GP.(*)</u>*
1. Exprimer le produit PV d'un gaz supposé parfait en fonction du nombre de molécules, puis du nombre de moles de molécules et enfin en fonction de l'énergie cinétique de translation.
2. Calculer l'énergie cinétique d'agitation thermique d'une mole de diazote dans les conditions normales.
3. Calculer la vitesse quadratique moyenne du diazote dans les conditions normales.
4. On met en contact thermique deux réservoirs, l'un contenant du dioxygène sous une pression de 2 bar, l'autre de l'argon sous une pression de 10 bar. Au bout d'un temps suffisant, la température est identique pour les deux gaz. Calculer le rapport des vitesses quadratiques moyennes.

Données : $M\left(\text{N}\right)=14,0\ \text{g.mol}^{-1}$, $M\left(\text{O}\right)=16,0\ \text{g.mol}^{-1}$, $M\left(\text{Ar}\right)=39,9\ \text{g.mol}^{-1}$

8 : *<u>Indications d'une bouteille.(**)</u>*

Sur une bouteille en acier de hauteur H = 1,6 m, le fabricant porte les indications suivantes : argon ; 10 m^3 ; 200 bars à la température de 20 °C. La bouteille est équipée d'un détendeur pour délivrer de l'argon à la pression atmosphérique supposée égale à 1 bar, à la même température.
1. Quel est le volume interne de la bouteille ?
2. Quel est le volume utile de l'argon ?
3. A quelle quantité de gaz correspond ce volume d'argon ?

9 : *<u>Vidange d'un réservoir.(**)</u>*



Un réservoir de volume $V=100\text{L}$ contient de l'air comprimé sous la pression $P_0=10\text{bar}$ et à la température $t_0=20°\text{C}$. Ce réservoir est fermé par un robinet R. Sur l'embout de ce robinet, on fixe un récipient de volume $v=10\text{L}$ contenant de l'air ambiant, à la température t_0 et à la pression $p=1\text{bar}$. Ce récipient est muni d'une soupape S initialement fermée.
1. On ouvre le robinet. Que se passe-t-il ? Exprimer puis calculer la pression P_1 obtenue dans le réservoir.

Le robinet est ensuite refermé, puis la soupape ouverte et enfin on referme la soupape.

2. On ouvre à nouveau le robinet. Exprimer puis calculer la pression P_2 obtenue dans le réservoir.

La suite de manipulations précédente est à nouveau effectuée.

3. Exprimer la relation entre les pressions P_{n+1} et P_n. En déduire la limite P_∞ atteinte dans le réservoir.

10 : *<u>Calculs de volumes.(**)</u>*
1. Quel est le volume V_0 occupé par 4g de dibrome $\left(Br_2\right)$ à la température $t_0=600°\text{C}$ sous la pression normale en assimilant la vapeur de dibrome à un gaz parfait ? On donne la masse molaire atomique du brome (80g.mol^{-1}) et on signale qu'à cette température, on peut négliger la dissociation du dibrome.
2. Que deviendrait ce volume noté V_1 à la température $t_1=1600°\text{C}$, toujours sous la pression normale, en supposant que l'on puisse encore négliger la dissociation ?
3. L'expérience montre que ce volume est en fait $V'_1=4,780\text{dm}^3$. Montrer que ce résultat peut s'expliquer en admettant qu'une partie des molécules de dibrome s'est dissociée en atomes de brome : $Br_2 \rightleftarrows 2Br$. Calculer le coefficient de dissociation.

11 : *Energie interne de la vapeur d'eau.(***)*

Le tableau ci-dessous donne avec trois chiffres significatifs exacts, le volume molaire V_m (en $\text{m}^3.\text{mol}^{-1}$) et l'énergie interne molaire U_m (en kJ.mol^{-1}) de la vapeur d'eau à la température $t = 500°\text{C}$ pour différentes valeurs de la pression (en bar).

P	1	10	20	40	70	100
V_m	$6{,}43.10^{-2}$	$6{,}37.10^{-3}$	$3{,}17.10^{-3}$	$1{,}56.10^{-3}$	$8{,}68.10^{-4}$	$5{,}90.10^{-4}$
U_m	56,33	56,23	56,08	55,77	55,47	54,78

1. Justifier sans calcul à partir des données ci-dessus que la vapeur d'eau ne se comporte pas comme un gaz parfait.
2. On se propose d'adopter le modèle de Van der Waals pour lequel on a :

$$(P+\frac{a}{V^2})(V-b) = RT \qquad \text{et} \qquad U(V,T) = f(T) - \frac{a}{V}$$

   a. Calculer le coefficient a en utilisant les énergies internes des états à $P = 1\,\text{bar}$ et $P = 100\,\text{bar}$. En déduire b en utilisant l'équation d'état à $P = 100\,\text{bar}$.
   b. Quelle valeur obtient-on alors pour U à $P = 40\,\text{bar}$? Quelle température obtient-on alors d'après l'équation d'état avec $P = 40\,\text{bar}$ et $V = 1{,}56.10^{-3}\,\text{m}^3.\text{mol}^{-1}$? Conclure sur la validité du modèle.

12 : *Modélisation d'un gaz réel en gaz de Joule.(**)*

Le dihydrogène, dans le domaine des pressions peu élevées, peut être modélisé par un gaz de Joule d'équation d'état :

$$P(V_m - b) = RT \,.$$

1. Donner le sens physique de b et ses unités.
2. Tracer l'allure des isothermes d'un gaz de Joule en coordonnées d'Amagat. Conclure sur la compressibilité du dihydrogène comparée à celle du gaz parfait.
3. Comparer cette équation à celle de Van der Waals. Que peut on en conclure sur l'énergie interne du diydrogène ?
4. Calculer les coefficients thermoélastiques de dilatation isobare et de compressibilité isotherme pour un gaz de Joule. Que deviennent-ils si $b = 0$?

13 : *Transvasement.(**)*

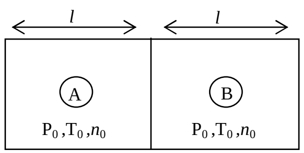
Deux réservoirs de même volume V_0 contenant initialement de l'air sous pression P_0 et de température T_0 sont en communication avec une pompe dont le corps a un volume maximum V et un volume résiduel négligeable.
Des valves n'autorisent que l'aspiration de l'air par la pompe dans le premier réservoir et son refoulement dans le second.
Initialement le piston est dans la position où le corps de pompe est de volume nul. Il exécute, extrêmement lentement, des aller-retour de sorte que l'on pourra considérer qu'il y a équilibre mécanique et thermique entre les volumes communicants et l'air extérieur à T_0.

Calculer les pressions $P_{1,n}$ et $P_{2,n}$ dans les réservoirs 1 et 2 au bout de n allers-retours du piston en admettant que l'air est un gaz parfait.

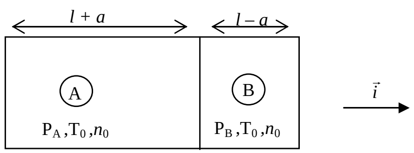
14 : *Cylindre.(**)*

Un cylindre de section S et de longueur $2l$ comporte un piston mobile sans frottement qui est initialement placé au milieu de sa longueur. Il délimite ainsi deux compartiments contenant une même quantité de matière n_0 d'hélium, considéré comme un gaz parfait, sous P_0 et T_0.

Données : $l = 1{,}0\text{m}$; $S = 10\text{cm}^2$; $a = 20\text{cm}$; $P_0 = 1\text{bar}$; $T_0 = 300\,\text{K}$;



Un opérateur déplace lentement le piston d'une distance a, et le maintient dans cette position. La température est maintenue constante, égale à T_0.



1. Exprimer P_A et P_B, les pressions des compartiments A et B à l'état final, en fonction de P_0, l et a.
2. Quelle force $\vec{F}_{op}$ doit exercer l'opérateur pour maintenir le piston dans cette position ? On exprimera $\vec{F}_{op}$ en fonction de P_0, S, l, a et $\vec{i}$. Calculer $\|\vec{F}_{op}\|$.
3. Exprimer la quantité de matière n' à enlever à l'un des compartiments (que l'on précisera) pour que le piston reste dans la position précédente sans que l'opérateur n'ait plus besoin de l'y maintenir, en fonction de P_0, T_0, R, S, l et a. Calculer n'.
4. En réalité, on enlève $2n'$ moles de gaz de ce compartiment. Exprimer le déplacement x supplémentaire du piston en fonction de l et a. Calculer x.

Réponses ou éléments de réponses :

1 : a. $P = 0{,}50\text{Pa}$; b. $u = \sqrt{\frac{3RT}{M(\text{Ne})}}$; $u = 580\ \text{m.s}^{-1}$. c. $U_n = \frac{1}{2}\frac{M(Ne)}{N_A}u^2$; $U_m = \frac{1}{2}M(Ne)u^2$ $U_m = 3{,}4\text{kJ.mol}^{-1}$.

2 : a. $u = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$: $u(H_2) = 1{,}9.10^3\,\text{m.s}^{-1}$, $u(N_2) = 5{,}2.10^2\,\text{m.s}^{-1}$. 3. T de l'ordre de 10^5K.

3 : a. $Pv = rT$; $r = \frac{R}{M}$. b. $r(O_2) = 260\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. c. $v(O_2) = 0{,}780\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$.

4 : a. $T_2 = T_1\frac{P_2}{P_1}$: $\theta_2 = 48°\text{C}$. b. $V_u = \left(\frac{P_1}{P_2} - 1\right)V_1$: $V_u = 830\text{L}$. c. $P_1 = P_0 - \frac{P_P V_P}{V_0}$: $P_1 = 13{,}4\,\text{bar}$. d. 7 pneus.

5 : a. $\alpha = a$, $k = \chi_T$. b. $\chi_{T_{GP}} = \frac{1}{P}$; $\frac{\chi_{eau}}{\chi_{air}} = 4{,}4.10^{-5}$; $\Delta P = -\frac{1}{\chi_T}\frac{(V'-V)}{V}$: $\Delta P_{eau} = 230\text{bar}$, $\Delta P_{air} = 0{,}010\text{bar}$;

$V = V_0 e^{-\chi_{t0}(P-P_0)}$. c. $\Delta V = -\chi_T V(P'-P)$: $\Delta V = -4\,\text{cm}^3$. d. $P' = P + \frac{\alpha}{\chi_T}(T'-T)$: $P' = 715\text{bar}$.

6 : 1. $\delta N = n^* Sv\sin\alpha\delta t$. 2. $\delta\vec{p} = -2n^* mSv^2\sin^2\alpha\,\delta t\,\vec{e}_x$. 3. $\delta\vec{F} = 2n^* mSv^2\sin^2\alpha\,\vec{e}_x$. 4. $P = 2n^* mv^2\sin^2\alpha : P = 0{,}16\text{Pa}$.

7 : 1. $PV = Nk_BT = nRT = \frac{2E_c}{3}$. 2. $E_c = \frac{5}{2}nRT = 5{,}67.10^3$ J . 3. $u = \sqrt{\frac{3RT}{M(\text{N}_2)}} = 493\ \text{m.s}^{-1}$. 4. $\frac{u(\text{O}_2)}{u(\text{Ar})} = \sqrt{\frac{M(\text{Ar})}{M(\text{O}_2)}} = 1{,}12$.

8 : 1. $V_b = \frac{P_0V_0}{P_b} = 5{,}0.10^{-2}\ \text{m}^3$. 2. $V_u = V_0 - V_b = 9{,}95\ \text{m}^3$. 3. $n_u = \frac{P_0V_u}{RT} = 408$ mol .

9 : 1. $P_1 = \frac{P_0V + pv}{V+v}$. 2. $P_2 = \frac{P_1V + pv}{V+v}$. 3. $P_{n+1} = \frac{P_nV + pv}{V+v}$, $P_\infty = p$.

10 : 1. $V_0 = \frac{m_0RT_0}{M(\text{Br}_2)P_0} = 1{,}80\ \text{dm}^3$. 2. $V_1 = \frac{m_0RT_1}{M(\text{Br}_2)P_0} = 3{,}90\ \text{dm}^3$. 3. $\alpha = \frac{V_1' - V_1}{V_1} = 23\,\%$.

11 : $a = 0{,}923\text{J.m}^3.\text{mol}^{-2}$; $b = 8{,}20.10^{-5}\text{m}^3.\text{mol}^{-1}$; $U_{m,40} = 55{,}75\,\text{kJ.mol}^{-1}$ et $T = 779\text{K}$ (1%), modèle satisfaisant.

12 : 2. H_2 est moins compressible que le GP. 3. $U(H_2) = U_{GP}$. 4. $\alpha = \frac{R}{RT+bP}$, $\chi_T = \frac{1}{P}\frac{RT}{RT+bP}$.

Si $b = 0$, $\alpha = \alpha_{GP} = \frac{1}{T}$; $\chi_T = \chi_{T_{GP}} = \frac{1}{P}$.

13 : $P_{1,n} = P_0\left(\frac{V_0}{V_0+V}\right)^n$ et $P_{2,n} = 2P_0 - P_0\left(\frac{V_0}{V_0+V}\right)^n$.

14 : 1. $P_A = \frac{P_0 l}{(l+a)}$ et $P_B = \frac{P_0 l}{(l-a)}$ .2. $\vec{F}_{op} = \frac{2alP_0S}{l^2-a^2}\vec{i}$: $\|\vec{F}_{op}\| = 41{,}6\ N$ .3. $n' = \frac{2alSP_0}{(l+a)RT_0}$: $n' = 0{,}013\ mol$ .4. $x = \left(\frac{l+a}{l-a}\right)a$: $x = 30\ cm$.