TD Opt 4 : MIROIRS SPHERIQUES DANS LES CONDITIONS D'APPROXIMATION DE GAUSS.

Applications directes du cours

1. Un miroir sphérique a une vergence $v = -4\delta$. Quelle est la nature de ce miroir ? Quel est son rayon de courbure ?

2. Un objet réel se trouve à 2 cm d'un miroir convexe de distance focale $f = 2cm$. Déterminer graphiquement puis analytiquement la position de son image ainsi que le grandissement.

3. Constructions : montrer par des constructions les propositions suivantes :
   1) Un miroir sphérique concave donne toujours une image réelle d'un objet virtuel.
   2) Un miroir sphérique convexe donne toujours une image virtuelle d'un objet réel.
   3) Un objet réel est placé à $5cm$ d'un miroir sphérique qui en donne une image droite 5 fois plus grande. Montrer que le miroir est concave, quel est son rayon.

4. Les rayons issus d'un objet lointain vu sous un diamètre angulaire apparent $\alpha = 0{,}5°$ sont réfléchis par un miroir concave de distance focale $f = -20cm$. Déterminer le lieu et le diamètre de l'image observée.

Exercices

1 : *Application des relations de conjugaison (*)*

Déterminer la position et le grandissement de l'image par un miroir sphérique concave puis convexe de rayon $1m$ (en valeur absolue) d'un objet réel situé à :

a. $25cm$ du sommet
b. $4m$ du sommet.

2 : *Miroir de beauté (*)*

1. Un miroir sphérique donne d'un objet réel de hauteur $1cm$ situé à $p = \overline{SA} = -2cm$, une image droite de hauteur $5cm$. En déduire le grandissement, la position de l'image ainsi que la vergence du miroir.
2. Déterminer, pour ce miroir, la position d'un objet dont le grandissement serait égal à 2.

3 : *Petite cuillère (*)*

1. A quelle distance dois-je placer mon œil du creux d'une petite cuillère, de rayon de courbure $5cm$, pour voir mon œil renversé et réduit de moitié ?
2. En retournant la petite cuillère, son dos éloigné de mon œil de la distance précédemment calculée, quel sera le grandissement de la nouvelle image ?

4 : *Télescope (**)*

Soit un miroir convexe, de sommet S, de centre C, utilisé dans l'approximation de Gauss, de rayon $R = \overline{SC}$.

1. Rappeler ce qu'est l'approximation de Gauss.
2. Rappeler les formules de conjugaison du miroir avec origine au sommet.
3. Soit un objet à l'infini, centré sur l'axe optique du miroir, vu sous un angle α.
   a. Déterminer son image (position, taille et nature) à travers le miroir. Faire la construction géométrique.
   b. Application numérique avec $\alpha = 2"$ et $R = 4{,}465m$.

5 : *Dentiste (**)*

Un dentiste vous demande de concevoir un petit miroir à placer à l'extrémité d'un manche et destiné à l'observation intra-buccale. Le dentiste demande que l'image d'une dent soit droite et ait une taille double de celle de la dent quand le miroir est situé à $15mm$ d'elle. Calculer le rayon de courbure de ce miroir et préciser sa nature.

6 : *Rétroviseur(***)*

Un rétroviseur est assimilable à un miroir sphérique convexe de vergence $V = 2\delta$.

1. Donner la position de l'image d'un objet situé à $20m$ du miroir et le grandissement correspondant.
2. Ce rétroviseur est observé par l'œil du conducteur placé à $1m$, et il est diaphragmé par un cercle de rayon $r = 6{,}0cm$. Calculer le rayon R du champ visible à $20m$ du rétroviseur.

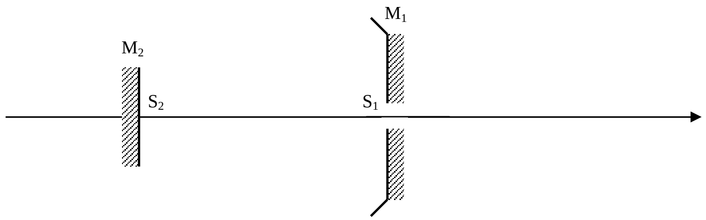
7 : *Image d'un objet axial (**)*

Soit une règle $\overline{AB} = \ell = 20$ cm placée le long de l'axe d'un miroir sphérique convexe ($f' = 50cm$). Déterminer la longueur ℓ' de l'image $A'B'$ en fonction du grandissement γ du miroir en A.

8 : *Télescope Hipparcos (**)*

On propose de modéliser le télescope d'Hipparcos par un miroir concave M_1 de rayon $R = 2800mm$ avec un miroir plan de renvoi M_2. On note S_1 le sommet du miroir concave. La lumière subit deux réflexions : une sur M_1 puis une sur M_2 et passe par un orifice dans le miroir concave pour atteindre le détecteur. Celui-ci est constitué d'une grille et de cellules CCD permettant de repérer la position de l'image. La grille comporte $N = 2688$ fentes équidistantes de $l = 8{,}2\mu m$.

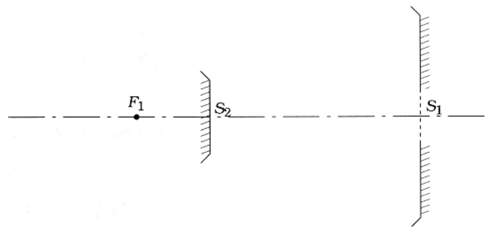
On vise une étoile (qui se trouve donc infiniment éloignée sur l'axe optique).



1. Déterminer la position de l'image E_1 de l'étoile E donnée par le miroir concave.
2. On note a la distance S_2S_1 séparant le miroir plan et le sommet du miroir concave. Déterminer une condition sur a pour que l'image finale se forme sur le détecteur placé à l'arrière du miroir concave.
3. Déterminer la largeur angulaire α_C du champ observé. Application numérique.

9 : *Télescope du Pic du Midi (télescope type Cassegrain) (**)*

Un miroir concave M_1, à bord circulaire, de sommet S_1 et de rayon $R_1 = 19{,}972m$, est percé d'une petite ouverture circulaire centrée sur l'axe de M_1 en S_1. Un miroir convexe M_2, de sommet S_2, de rayon $R_2 = 4{,}465m$ et de même axe que le précédent, est placé de façon à ce que $\overline{S_2S_1} = 8{,}184m$.



1. Soit un objet lumineux ponctuel, à l'infini sur l'axe optique. Déterminer son image après réflexion sur M_1 puis M_2.
2. Soit un objet lumineux étendu, à l'infini, de diamètre apparent $\alpha = 2"$ et centré sur l'axe optique. Déterminer son image après réflexion sur M_1 puis M_2.

<u>Réponses et éléments de réponses :</u>

1. $R = 50\,cm$. 2. $\overline{SA'} = 1\,cm$, $\gamma = 0{,}5$. 4. $d = 1{,}7\,mm$.

1 : Miroir concave : $\overline{\mathrm{SA}'} = \dfrac{Rd}{R-2d}$, $\gamma = \dfrac{R}{R-2d}$. a. $\overline{SA'} = 0{,}5\,m$, $\gamma = 2$. b. $\overline{SA'} = -0{,}57\,m$, $\gamma = -0{,}14$.

Miroir convexe : $\overline{\mathrm{SA}'} = \dfrac{Rd}{R+2d}$, $\gamma = \dfrac{R}{R+2d}$ a. $\overline{SA'} = 0{,}17\,m$, $\gamma = 0{,}67$. b. $\overline{SA'} = 0{,}44\,m$, $\gamma = 0{,}11$.

2 : $\gamma = \dfrac{h}{h'}$, $\gamma = 5$, $\overline{SA'} = 10\,cm$, $V = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{SA}'}} + \dfrac{1}{\overline{\mathrm{SA}}}$, $V = -40\,\delta$. 2. $\overline{\mathrm{SA}} = \dfrac{\gamma - 1}{\gamma V}$, $\overline{SA} = -1{,}25\,cm$.

3 : 1. $d = \dfrac{\gamma - 1}{2\gamma} R$, $d = 0{,}075\,m$. 2. $\gamma = \dfrac{R}{R+2d}$, $\gamma = 0{,}25$. **4 :** $h = \dfrac{\alpha R}{2}$, $h = 2{,}2.10^{-5}$ m . **5:** $\overline{SC} = \dfrac{2\gamma}{\gamma - 1}\overline{SA}$, $\overline{SC} = -60$ mm .

6: 1. $\overline{\mathrm{SA}'} = \dfrac{\overline{\mathrm{SA}}}{V\overline{\mathrm{SA}} - 1}$, $\overline{\mathrm{SA}'} = 0{,}49$ m , $\gamma = \dfrac{1}{1 - V\overline{\mathrm{SA}}}$, $\gamma = 2{,}4.10^{-2}$. 2. $R = \dfrac{r}{\gamma}\left(1 + \dfrac{\mathrm{SA'}}{\mathrm{OS}}\right)$, $R = 3{,}7$ m . **7:** 1. $\ell' = \dfrac{\gamma^2 f'\ell}{\gamma\ell - f'}$.

8: 1. $\overline{\mathrm{S_1E_1}} = -\dfrac{R}{2}$, $\overline{\mathrm{S_1E_1}} = -1400$ mm . 2. $a < \dfrac{R}{4} = 700$ mm . 3. $\alpha_C = \dfrac{2(N-1)l}{R}$, $\alpha_C = 1{,}6.10^{-2}$ rad .

9: 1. $\overline{\mathrm{S_2A}'} = -\dfrac{R_2\left(\overline{\mathrm{S_2S_1}} - R_1/2\right)}{2\overline{\mathrm{S_2S_1}} + R_2 - R_1}$, $\overline{\mathrm{S_2A}'} = 9{,}345$ m . 2. $h = \dfrac{\alpha R_1 \mathrm{S_2A}'}{R_1 - 2\mathrm{S_1S_2}}$, $h = 5{,}0.10^{-4}$ m .