Simulation de différents mouvements oscillants
Suggestion de séquence en PTSI utilisant le module scicos du langage scilab

Il s'agit des premiers contacts des étudiants avec ce module de simulation. C'est à dire que le but n'est pas d'explorer le module de simulation, mais bien d'utiliser ses fonctions les plus simples pour étudier différents mouvements oscillants.
Ainsi dans un premier temps, l'objectif est de leur permettre de se familiariser avec les fonctions indispensables du module : fonctions de base liées à l'environnement (manipulation des fichiers), réalisation d'un diagramme n'utilisant que des opérateurs simples (intégrations, multiplications, additions, insertion de constantes, visualisation graphique des résultats utilisant un générateur d'évènements).
Dans ce but, la résolution numérique d'équations différentielles paraît tout à fait adaptée.
C'est pourquoi, nous avons choisi ici de travailler sur les mouvements d'oscillateurs : oscillateurs harmoniques, amortis, libres ou forcés.

1. Présentation fonctionnelle du module

Une version papier détaillée de cette présentation est mise à disposition des étudiants et parcourue collectivement.

1.1. Présentation de la barre d'outil principale :

« Diagram » : pour ouvrir, fermer ou enregistrer un diagramme. C'est l'analogue du menu « fichier » des logiciels sous windows ;
« Edit » : pour accéder aux palettes contenant les différents blocs fonctionnels selon leur fonctions ;
pour déplacer, copier, supprimer un objet ou pour en lier deux ;
pour fixer une valeur aux constantes du programme ;
« Simulate » : pour paramétrer, tester et lancer la simulation ;
« Stop » : pour interrompre un calcul trop long.

1.2. Présentation des palettes et des blocs qu'elles contiennent :

Palette « Inputs – Outputs », « Linear » et « Non-linear » qui seront les seules utilisées dans cette séance ;
Palette « Event » ;
Palettes « Treshold », « Branching », « Others ».
Tous les blocs disponibles sont recensés dans une « bibliothèque » distribuée aux étudiants.

1.3. Utilisation des résultats

Les données issues de la résolution numérique peuvent être présentées graphiquement par l'intermédiaire de différents blocs d'affichage qui fonctionnent de façon analogue aux oscilloscopes.
Elles peuvent aussi être récupérées en tant que données numériques pour subir par exemple un traitement supplémentaire dans un tableur ou dans un logiciel de modélisation.

2. Oscillateur harmonique

Il s'agit ici de faire réaliser par les étudiants un diagramme très simple.
C'est l'occasion de rappeler la définition d'un oscillateur harmonique.

2.1. Construction du programme

– Ecrire l'équation caractéristique d'un oscillateur harmonique :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0{}^2 x = 0 \text{ ou } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0{}^2 x .$$

C'est l'équation que l'on souhaite résoudre numériquement.

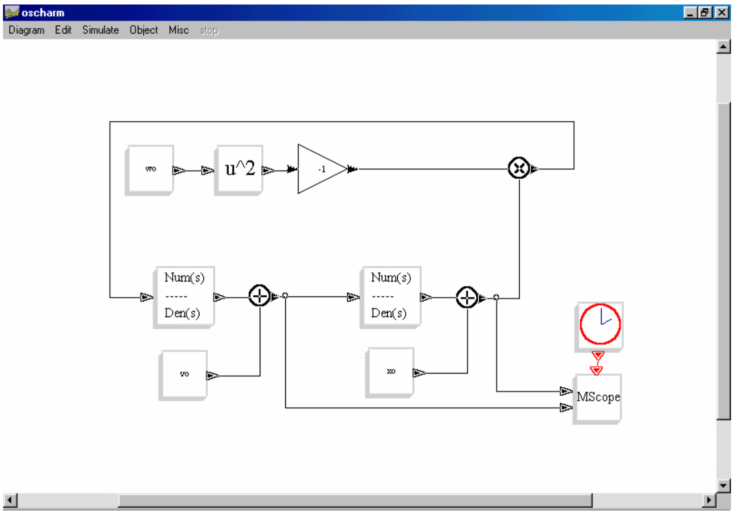
– Identifier les paramètres du problème :
  wo, la pulsation propre de l'oscillateur ;
  xo et vo pour les conditions initiales.

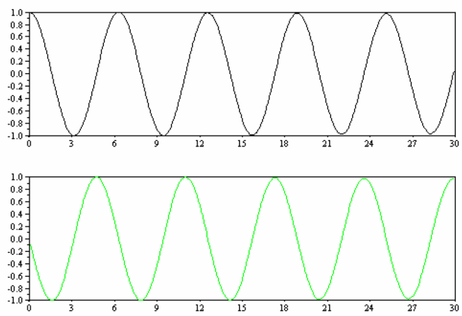
– Ecrire un schéma sur papier de la boucle de calcul à réaliser.

Cette étape peut être réalisée en plusieurs phase. Elle permet de « visualiser » le mécanisme de résolution, de compléter le diagramme avant de passer à son écriture, mais aussi de choisir un agencement spatial des blocs fonctionnels qui facilite la lisibilité et l'ajout de termes supplémentaires dans le calcul.

– Ajouter les sorties vers un dispositif d'affichage faisant apparaître les variations au cours du temps de la position et de la vitesse.

– Ecrire le programme dans la fenêtre graphique en commençant par déclarer les constantes (égales à 1 dans un premier temps) dans le contexte.





– Les étudiants peuvent à ce stade tester leur programme en compilant. (Menu « Simulate », « Compile »).

– Paramétrer la simulation en choisissant une durée de simulation raisonnable (accordée de préférence avec la largeur de la fenêtre d'affichage elle aussi modulable).

On envisage pas à ce stade de modifier le pas d'intégration, la précision et autres paramètres habituels, mais cela peut être bien évidemment étudié.
Il peut aussi être intéressant de laisser les étudiants lancer la simulation sans la paramétrer. La durée de la simulation apparaît alors indispensable à choisir ! (100 000 s par défaut). C'est le seul paramètre qui pose problème à ce stade.

2.2. Utilisation du programme

– Lorsque tous sont parvenus à écrire le programme et à visualiser confortablement les résultats, ils peuvent vérifier l'influence des différents paramètres du problème :
  Vérifier la quadrature de phase ;
  Associer (qualitativement ou quantitativement) les modifications de la pulsation propre wo aux variations observées de la période des oscillations ;
  Observer l'influence des conditions initiales xo et vo sur les oscillations ;

Pour le résultat de la simulation, on peut aussi demander aux étudiants de les représenter sous forme d'un portrait de phase, en remplaçant la sortie « Mscope » un afficheur Y = f(X). C'est l'occasion de concrétiser cette notion nouvelle.

Pour chaque représentation (variations temporelles ou portrait de phase), on confronte par la simulation les résultats attendus par les étudiants et ceux qu'ils obtiennent à l'écran.

– A partir du diagramme précédent, écrire un programme qui permettrait de visualiser l'évolution des énergies cinétique, potentielle élastique et mécanique.

Les modifications à apporter au précédent diagramme sont très réduites et ne font intervenir que des blocs déjà rencontrés. Il faut simplement paramétrer le bloc d'affichage pour visualiser trois grandeurs et les visualiser éventuellement dans une seule fenêtre.

C'est l'occasion de mettre en évidence la conservation de l'énergie mécanique, l'échange entre énergie potentielle et cinétique et l'équipartition de ces deux grandeurs en moyenne.

3. Oscillateur libre amorti

Il s'agit ici de compléter le diagramme précédent en ajoutant le terme du aux frottements. Cette seconde phase doit donner toute sa signification au seul terme d'amortissement.
C'est l'occasion de rappeler l'équation caractéristique d'un oscillateur libre et amorti, en mettant en évidence la pulsation propre et le facteur de qualité.

3.1. Construction du programme

– Ecrire l'équation caractéristique d'un oscillateur libre amorti :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} - \omega_0{}^2 x \, .$$

– A partir du diagramme précédent, ajouter les fonctions nécessaires à la résolution de cette équation.

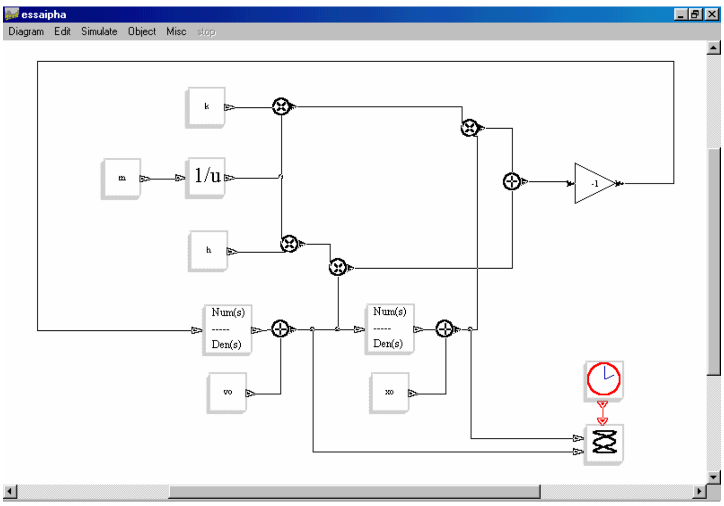
3.2. Utilisation du programme

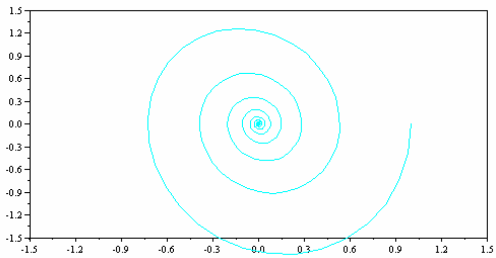
– Faire varier le facteur de qualité pour une pulsation propre donnée afin d'observer les différents régimes libres : apériodique, critique et pseudo-périodique.

Cette modification du programme initial est rapide et ne fait intervenir qu'un nouveau bloc, celui qui permet de passer à l'inverse.
Ce nouveau programme permet aux étudiants de retrouver la valeur limite du facteur de qualité (1/2) et de relier eux-mêmes l'intensité des frottements (d'autant plus élevée que le facteur de qualité est faible) à la nature du mouvement.

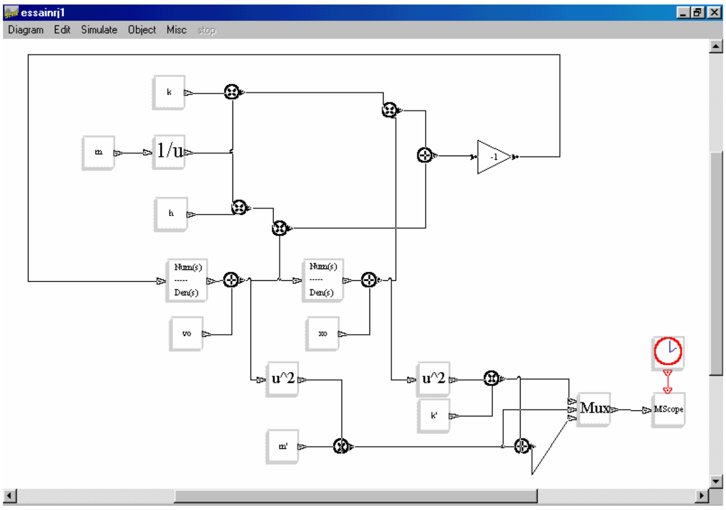
– Distinguer les régimes transitoire et permanent.
On rappelle alors qu'en régime libre, le régime permanent correspond à l'immobilisation de l'oscillateur et ceci indépendamment du régime transitoire qui peut être apériodique, critique ou pseudo-périodique.

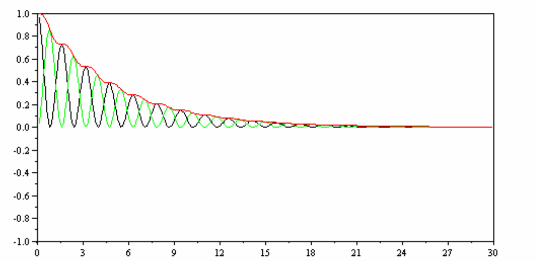
Il est intéressant alors de visualiser le portrait de phase de l'oscillateur libre amorti pour les différents régimes, de le confronter au portrait attendu.





A ce stade, les étudiants peuvent de nouveau observer les variations des énergies cinétique, potentielle et mécanique.
On peut aussi envisager dans le cas d'un régime très faiblement amorti de comparer la décroissance exponentielle de l'énergie mécanique deux fois plus rapide que la décroissance exponentielle de l'amplitude des oscillations.





4. Oscillateur forcé

On envisage une excitation sinusoïdale de pulsation w.

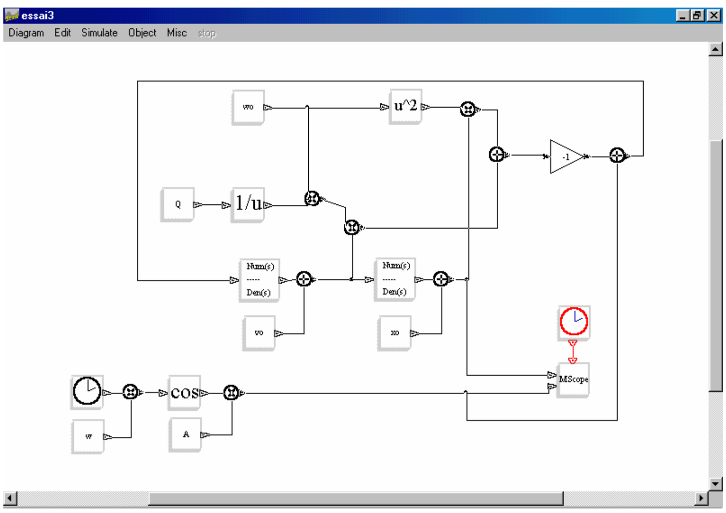
Il s'agit ici de compléter le diagramme précédent (simulant l'oscillateur libre amorti) en ajoutant le terme du à l'excitation. Cette seconde phase doit mettre en évidence le phénomène de forçage : oscillations à la pulsation de l'excitation et filtrage mécanique.
C'est l'occasion de rappeler l'équation caractéristique d'un oscillateur amorti et forcé.

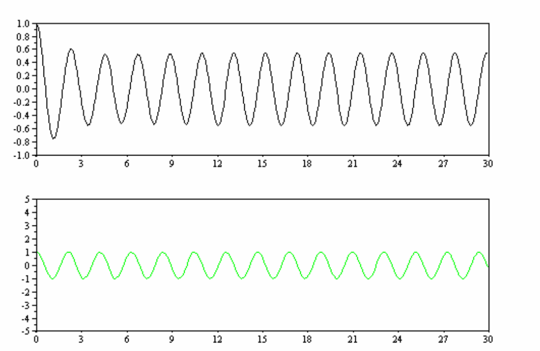
4.1. Construction du programme

– Ecrire l'équation caractéristique d'un oscillateur amorti forcé :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = A\cos(\omega t) \text{ ou } \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} - \omega_0{}^2 x + A\cos(\omega t).$$

– A partir du diagramme précédent, ajouter les fonctions nécessaires à la résolution de cette équation.
Cette modification est un peu plus longue puisqu'il faut générer une fonction du temps. Cela nécessite l'introduction d'un générateur de temps et de l'opérateur non linéaire « cos ».





4.2. Utilisation du programme

– La pulsation propre wo étant fixée (à 1 par exemple) ainsi que le facteur de qualité (à une valeur suffisamment élevée, 10 par exemple), faire varier la pulsation w de l'excitation puis visualiser l'élongation et la vitesse de l'oscillateur en régime permanent.
Les étudiants doivent de nouveau reconnaître le régime permanent.

Ils doivent vérifier que la pulsation (la période) des oscillations est celle de l'excitation, w, et qu'il y a filtrage mécanique de l'excitation sinusoïdale.
On pourrait aller plus loin dans la notion de filtrage et dans son analogie avec le filtrage en électricité en envisageant des excitations triangulaire ou rectangulaire et réintroduire ainsi quelques aspects de l'analyse de Fourier.
C'est aussi l'occasion de retrouver l'allure des courbes de résonance en élongation et en vitesse et d'en donner une interprétation physique.

- L'observation du portrait de phase permet de plus de mettre en évidence le cercle attracteur et plus distinctement le régime transitoire.